Exámenes de Selectividad

Física. Madrid 2023, Extraordinaria

mentoor.es

Pregunta 1. Opción A. Campo Gravitatorio

El satélite *UPM-Sat2* se lanzó el día 3 de septiembre de 2020 a una órbita circular alrededor de la Tierra con un período de 5710 s. Sabiendo que el satélite tiene una masa de 50 kg, calcule:

a) **La altura a la que orbita y la energía que hubo que transmitirle para ponerlo en órbita desde la superficie de la Tierra.**
b) **La velocidad y la aceleración centrípeta en su órbita.**

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m^{2}kg^{-2}; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m.

Solución:

a) **La altura a la que orbita y la energía que hubo que transmitirle para ponerlo en órbita desde la superficie de la Tierra.**

El satélite orbita bajo la influencia de la fuerza gravitatoria, que se equilibra con la fuerza centrípeta necesaria para mantener la trayectoria circular. Esto nos permite igualar la fuerza gravitatoria a la fuerza centrípeta y despejar el radio de la órbita ($r_{\text{órbita}}$):

$$\frac{GM_T m_s}{r_{\text{órbita}}^2} = m_s \frac{4\pi^2 r_{\text{órbita}}^2}{T^2 r_{\text{órbita}}} \quad \Rightarrow \quad r_{\text{órbita}} = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}}.$$

Sustituyendo los valores de G, M_T y T, se obtiene:

$$r_{\text{órbita}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 5710^2}{4\pi^2}} = 6,9 \cdot 10^6 \,\text{m}.$$

Para encontrar la altura de la órbita, restamos el radio de la Tierra al radio de la órbita:

$$h = r_{\text{órbita}} - R_T = 6,90 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 5,32 \cdot 10^5 \,\text{m}.$$

La energía total necesaria para situar al satélite en órbita es la diferencia entre la energía mecánica en órbita y la energía en la superficie terrestre. La energía en la superficie es puramente potencial:

$$E_{\text{sup}} = -\frac{GM_T m_s}{R_T} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 50}{6,37 \cdot 10^6} = -3,13 \cdot 10^9 \,\text{J}.$$

En la órbita, la energía total es la suma de la energía cinética y potencial. La velocidad orbital se calcula mediante la aplicación de la Segunda Ley de Newton:

$$F_n = m_s \frac{v^2}{r_{\text{órbita}}} = \frac{GM_T m_s}{r_{\text{órbita}}^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM_T}{r_{\text{órbita}}}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,9 \cdot 10^6}} = 7595,4 \,\text{m/s}.$$

La energía cinética en órbita es:

$$E_{\text{c}} = \frac{1}{2} m_S v^2 = \frac{1}{2} m_s \frac{GM_T}{r_{\text{órbita}}}.$$

La energía potencial en órbita es:

$$E_{\text{p}} = -\frac{GM_T m}{r_{\text{órbita}}}.$$

Sumando ambas, la energía total en órbita es:

$$\begin{aligned} E_{\text{órbita}} &= E_{\text{c}} + E_{\text{p}} = \frac{1}{2} m_s \frac{GM_T}{r_{\text{órbita}}} - -\frac{GM_T m}{r_{\text{órbita}}} = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m_s}{r_{\text{órbita}}} = -\frac{1}{2} \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 50}{6,9 \cdot 10^6} \\ &= -1,44 \cdot 10^9 \,\text{J}. \end{aligned}$$

La energía que se debió suministrar para poner el satélite en órbita es la diferencia entre ambas energías:

$$\Delta E = E_{\text{órbita}} - E_{\text{sup}} = -1,44 \cdot 10^9 - (-3,13 \cdot 10^9) = 1,68 \cdot 10^9\,\text{J}.$$

Por lo tanto, el satélite orbita a una altura de $\mathbf{5,32 \cdot 10^5}$ m y se le tuvo que transmitir una energía de $\mathbf{1,68 \cdot 10^9}$ J.

b) La velocidad y la aceleración centrípeta en su órbita.

La velocidad en la órbita ya se ha calculado anteriormente, siendo

$$v = 7,595\,\text{m/s}.$$

Para calcular la aceleración centrípeta, usamos la fórmula:

$$a_c = \frac{v^2}{r_{\text{órbita}}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$a_c = \frac{7,595^2}{6,9 \cdot 10^6} = 8,36\,\text{m/s}^2.$$

Por lo tanto, la velociada en la órbita es $\mathbf{7,595\,m/s}$ y la aceleración centrípeta es $\mathbf{8,36\,m/s^2}$.

Pregunta 2. Opción A. Ondas

Por una cuerda dispuesta a lo largo del eje x viaja una onda armónica transversal con velocidad de propagación $\vec{v} = -400\,\vec{i}$ m s^{-1}. La onda produce en la cuerda una aceleración máxima de $2 \cdot 10^4$ m s^{-2}. En un instante cualquiera, los puntos con elongación nula se repiten cada 0,4 m a lo largo del eje x.

a) **Determine la frecuencia y la amplitud de la onda.**
b) **Si en el instante inicial y en el origen de coordenadas la elongación es +1 mm y la velocidad es positiva, calcule la elongación en $x = 1,2$ m para $t = 2$ s.**

Solución:

a) **Determine la frecuencia y la amplitud de la onda.**

Dado que la distancia entre los puntos de elongación nula es $0,4\,\text{m}$, sabemos que la mitad de la longitud de onda corresponde a este valor, por lo que

$$\lambda = 2 \cdot 0,4\,\text{m} = 0,8\,\text{m}.$$

Utilizando la relación entre la velocidad de propagación de la onda, la longitud de onda y la frecuencia:

$$v = \lambda f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v}{\lambda} = \frac{400}{0,8} = 500\,\text{Hz}.$$

Para hallar la amplitud, usamos la ecuación de la aceleración máxima, que es proporcional al cuadrado de la frecuencia angular:

$$a_{\text{máx}} = A\omega^2.$$

Sabemos que la frecuencia angular está relacionada con la frecuencia por $\omega = 2\pi f$. Calculamos primero ω:

$$\omega = 2\pi \cdot 500 = 1000\pi\,\text{rad/s}.$$

Ahora, despejamos la amplitud A:

$$A = \frac{a_{\text{máx}}}{\omega^2} = \frac{2 \cdot 10^4}{(1000\pi)^2} = 2 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 2\,\text{mm}.$$

Por lo tanto, la frecuencia es 500 Hz y la amplitud de onda es 2 mm.

b) **Si en el instante inicial y en el origen de coordenadas la elongación es +1 mm y la velocidad es positiva, calcule la elongación en $x = 1,2$ m para $t = 2$ s.**

Dado que la onda se propaga en el sentido negativo del eje x, la ecuación que describe la onda es:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \phi_0),$$

donde k es el número de onda, que se calcula como

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,8} = 2,5\pi\,\text{rad/m}.$$

De esta forma, sustituyendo también la amplitud en la ecuación de la onda:

$$y(x,t) = 2\cos(1000\pi t + 2,5\pi x + \phi_0)\,[\text{mm}].$$

La fase inicial ϕ_0 se determina usando las condiciones iniciales. En $t = 0$ y $x = 0$, la elongación es $y(0,0) = +1\,\text{mm}$ y la velocidad es positiva, lo que implica que el coseno debe estar en un punto donde decrece:

$$y(0,0) = 2\cos(\phi_0) = 1\,\text{mm} \quad \Rightarrow \quad \cos(\phi_0) = \frac{1}{2}.$$

Esto nos da:

$$\phi_0 = \frac{\pi}{3}\,\mathrm{rad} \quad \text{o} \quad \phi_0 = -\frac{\pi}{3}.$$

Sabemos que la velocidad es positiva en el instante inicial y estamos trabajando con una función coseno, por lo que podemos verificar cuál es la fase inicial calculando la velocidad de la onda e imponiendo que sea positiva. La velocidad se obtiene derivando la expresión de la elongación con respecto al tiempo:

$$v(t,x) = \frac{dy(t,x)}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + kx + \phi_0).$$

En el instante inicial ($t = 0\,\mathrm{s}, x = 0\,\mathrm{m}$), la velocidad es:

$$v(0,0) = -A\omega\sin(\phi_0) = -2000\pi\sin(\phi_0).$$

Para que la velocidad sea positiva, debe cumplirse que $\phi_0 = -\frac{\pi}{3}$, pues

$$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) < 0 \quad \Rightarrow \quad v > 0.$$

Esto indica que $\phi_0 = -\frac{\pi}{3}$ es la fase correcta.
Por lo tanto, la expresión general de la onda se escribe como:

$$y(x,t) = 2\cos(1000\pi t + 2,5\pi x - \frac{\pi}{3})\,[\mathrm{mm}].$$

Ahora, para calcular la elongación en $x = 1,2\,\mathrm{m}$ y $t = 2\,\mathrm{s}$, sustituimos estos valores en la ecuación de la onda:

$$y(1,2\,\mathrm{m}, 2\,\mathrm{s}) = 2\cos(1000\pi\cdot 2 + 2,5\pi\cdot 1,2 - \frac{\pi}{3}) = -1\,\mathrm{mm}.$$

Por lo tanto, la elongación en $x = 1,2\,\mathrm{m}$ para $t = 2\,\mathrm{s}$ es -1 mm.

Pregunta 3. Opción A. Campo Electromagnético

Una carga situada en un punto del plano xy da lugar a un potencial de 54 V y a un campo eléctrico $\vec{E} = -180\,\vec{j}$ V m^{-1} en el origen de coordenadas.

a) **Determine el valor de la carga y su posición.**

b) **Se trae una segunda carga desde el infinito hasta el origen de coordenadas, proceso en el que la fuerza ejercida por la primera carga realiza un trabajo de $-270\,$nJ. Determine el valor de la segunda carga.**

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2}.

Solución:

a) **Determine el valor de la carga y su posición.**

Dado que el potencial en el origen es positivo, podemos deducir que la carga debe ser positiva. Además, como el campo eléctrico apunta en la dirección negativa del eje y, esto indica que la carga está situada en la parte positiva de dicho eje. Supongamos que la carga está en la posición $(0, d)$. El campo eléctrico

y el potencial generados por una carga puntual en el origen están dados por las siguientes expresiones:

$$E = K\frac{q}{d^2} \quad \text{y} \quad V = K\frac{q}{d}.$$

Podemos relacionar el campo eléctrico y el potencial mediante la expresión:

$$V = E \cdot d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{V}{E} = \frac{54}{180} = 0,3\,\text{m}.$$

Conociendo la distancia, podemos ahora despejar la carga q a partir de la ecuación del potencial:

$$V = K\frac{q}{d} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{V \cdot d}{K} = \frac{54 \cdot 0,3}{9 \cdot 10^9} = 1,8 \cdot 10^{-9}\,\text{C} = 1,8\,\text{nC}.$$

Por lo tanto, la carga es de $1,8\,$nC y se encuentra en el punto $(0, 0, 3)$ m.

b) **Se trae una segunda carga desde el infinito hasta el origen de coordenadas, proceso en el que la fuerza ejercida por la primera carga realiza un trabajo de $-270\,$nJ. Determine el valor de la segunda carga.**

Sabemos que el trabajo realizado por la primera carga sobre la segunda al moverla desde el infinito hasta el origen es de $-270\,$nJ. Este trabajo está relacionado con la diferencia de potencial ΔV y la carga q' por la siguiente fórmula:

$$W = -q'\Delta V$$

Dado que el potencial en el origen es $54\,$V, tenemos:

$$q' = -\frac{W}{\Delta V} = -\frac{-270 \cdot 10^{-9}}{54} = 5 \cdot 10^{-9}\,\text{C} = 5\,\text{nC}.$$

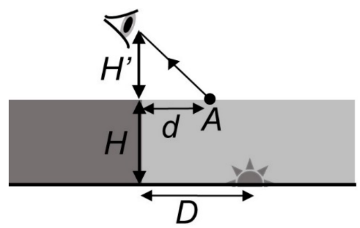
Por lo tanto, el valor de la segunda carga es $5\,$nC.

Pregunta 4. Opción A. Ondas

Un observador está situado al borde de un estanque de profundidad $H = 2\,\text{m}$. Su visual está a una altura $H' = 1,6\,\text{m}$ sobre la superficie del agua. En el fondo del estanque hay un foco puntual de luz. El observador lo ve cuando mira hacia el punto A de la superficie a una distancia $d = 1,2\,\text{m}$ del borde (véase la figura). Calcule:

a) **El índice de refracción del agua del estanque si la longitud de onda de la luz del foco vale 375 nm en ella y 500 nm en el aire.**
b) **La distancia D del foco a la pared del estanque.**

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}; Índice de refracción del aire, $n = 1$.



Solución:

a) **El índice de refracción del agua del estanque si la longitud de onda de la luz del foco vale 375 nm en ella y 500 nm en el aire.**

Para determinar el índice de refracción del agua, debemos recordar que la frecuencia de la luz permanece constante al atravesar diferentes medios. Podemos expresar esta relación como

$$f = \frac{c}{n_{\text{aire}}\lambda_{\text{aire}}} = \frac{c}{n_{\text{agua}}\lambda_{\text{agua}}}.$$

De aquí, se deduce que

$$\frac{n_{\text{agua}}}{n_{\text{aire}}} = \frac{\lambda_{\text{aire}}}{\lambda_{\text{agua}}}.$$

Sustituyendo los valores de las longitudes de onda, obtenemos:

$$n_{\text{agua}} = \frac{500}{375} = 1,33.$$

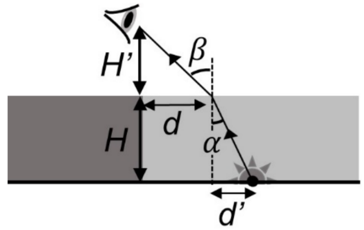
Por lo tanto, el índice de refracción del agua del estanque es 1,33.

b) **La distancia D del foco a la pared del estanque.**

Para encontrar la distancia total D desde el foco hasta la pared del estanque, utilizamos la relación:

$$D = d + d'.$$

donde d es la distancia que se observa en la siguiente figura:



Para obtener d', necesitamos calcular el ángulo de incidencia α utilizando la Ley de Snell. Primero, calculamos el ángulo de refracción β:

$$\tan\beta = \frac{d}{H'} \quad \Rightarrow \quad \beta = \arctan\left(\frac{d}{H'}\right) = \arctan\left(\frac{1,2}{1,6}\right) = 36,87^\circ.$$

A partir de β, podemos calcular α utilizando la Ley de Snell:

$$n_{\text{aire}} \cdot \sin\beta = n_{\text{agua}} \cdot \sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{n_{\text{aire}} \cdot \sin\beta}{n_{\text{agua}}}\right) = \arcsin\left(\frac{1 \cdot \sin 36,87^\circ}{1,33}\right) = 26,82^\circ.$$

Con α calculamos d' mediante:

$$\tan\alpha = \frac{d'}{H} \quad \Rightarrow \quad d' = H \cdot \tan\alpha = 2 \cdot \tan 26,82^\circ = 1,01\,\text{m}.$$

Finalmente, sumamos ambas distancias para obtener D:

$$D = d + d' = 1,2\,\text{m} + 1,01\,\text{m} = 2,21\,\text{m}.$$

Por lo tanto, la distancia D del foco a la pared del estanque es 2,21 m.

Pregunta 5. Opción A. Física Moderna

En un laboratorio de preparación de radiofármacos se rompe accidentalmente una ampolla de una solución que contenía ^{18}F con una actividad de 18,5 MBq.

a) **Calcule la masa de ^{18}F derramada.**
b) **Determine el tiempo que ha de transcurrir hasta que la actividad se reduzca a 37 kBq.**

Datos: Vida media del ^{18}F, $\tau = 109,7\,\text{min}$; Masa molar del ^{18}F, $M_F = 18\,\text{g mol}^{-1}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$.

Solución:

a) **Calcule la masa de ^{18}F derramada.**

A partir de la actividad se puede calcular el número de núcleos utilizando la relación:

$$A = \lambda \cdot N = \frac{1}{\tau} \cdot N \quad \Rightarrow \quad N = A \cdot \tau,$$

donde $A = 18,5 \cdot 10^6\,\text{Bq}$ y $\tau = 109,7\,\text{min}$. Al sustituir estos valores, tenemos:

$$N = 18,5 \cdot 10^6 \cdot 109,7 \cdot 60 = 1,22 \cdot 10^{11}\,\text{núcleos}.$$

La masa de ^{18}F se obtiene mediante el siguiente factor de conversión:

$$m = 1,22 \cdot 10^{11}\,\text{núcleos} \cdot \frac{1\,\text{mol}}{6,02 \cdot 10^{23}\,\text{núcleos}} \cdot \frac{18\,\text{g}}{1\,\text{mol}} = 3,64 \cdot 10^{-12}\,\text{g}.$$

Por lo tanto, la masa de ^{18}F derramada es $3,64 \cdot 10^{-12}$ g.

b) **Determine el tiempo que ha de transcurrir hasta que la actividad se reduzca a 37 kBq.**

Para calcular el tiempo, utilizamos la ecuación de decaimiento:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

De aquí, despejamos para t:

$$e^{-\lambda t} = \frac{A}{A_0} \quad \Rightarrow \quad -\lambda t = \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) \quad \Rightarrow \quad t = -\tau \ln\left(\frac{A}{A_0}\right),$$

donde usamos que $\lambda = \frac{1}{\tau}$. Sustituyendo los valores $A = 37 \cdot 10^3\,\text{Bq}$ y $A_0 = 18,5 \cdot 10^6\,\text{Bq}$:

$$t = -109,7 \cdot \ln\left(\frac{37 \cdot 10^3}{18,5 \cdot 10^6}\right) = 681,74\,\text{min} = 11,36\,\text{h}.$$

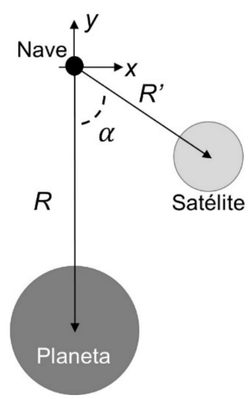
Por lo tanto, el tiempo que ha de transcurrir hasta que la actividad se reduzca a 37 kBq es aproximadamente 11,36 h.

Pregunta 1. Opción B. Campo Gravitatorio

En su aproximación al planeta Fomalhaut II, el astronauta Rocannon avista Fomalhautillo, satélite natural de Fomalhaut II, según un ángulo $\alpha = 53,13°$ con respecto de la radial hacia el planeta (eje y). La fuerza total que estos dos cuerpos ejercen sobre Rocannon y su nave, cuya masa conjunta asciende a 8000 kg, vale en ese momento $\vec{F} = (9,5\vec{i} - 66,4\vec{j})$ N.

a) **¿A qué distancia R' se encuentra Rocannon del satélite?**
b) **¿A qué distancia R se encuentra Rocannon del planeta?**

Datos: Masa del planeta, $M = 4 \cdot 10^{23}$ kg; Masa del satélite, $M' = 2 \cdot 10^{20}$ kg; Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m^{2}kg^{-2}.



Solución:

a) **¿A qué distancia R' se encuentra Rocannon del satélite?**

Para determinar la distancia R', analizamos la componente x de la fuerza, que es ocasionada únicamente por el satélite. Esta componente se expresa como

$$F_x = \frac{GM'm}{R'^2} \sin\alpha.$$

Despejando para R', tenemos:

$$R' = \sqrt{\sin\alpha \frac{GM'm}{F_x}} = \sqrt{\sin 53,13 \cdot \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{20} \cdot 8000}{9,5}} = 3 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

Por lo tanto, la distancia R' a la que se encuentra Rocannon del satélite es $3 \cdot 10^6$ m.

b) **¿A qué distancia R se encuentra Rocannon del planeta?**

Para calcular R, consideramos la componente y de la fuerza, que se expresa como:

$$F_y = \frac{GM'm}{R'^2} \cos\alpha + \frac{GMm}{R^2}.$$

Ahora bien, se obtiene que

$$\frac{GMm}{R^2} = F_y - \frac{GM'm}{R'^2} \cos\alpha.$$

Al sustituir los valores conocidos:

$$\frac{GMm}{R^2} = 66,4 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{20} \cdot 8000}{(3,00 \cdot 10^6)^2} \cos 53,13 = 59,3.$$

Entonces,

$$R = \sqrt{\frac{GMm}{59,3}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^{23} \cdot 8000}{59,3}} = 6 \cdot 10^7 \text{ m}.$$

Por lo tanto, la distancia $\boldsymbol{R}$ a la que se encuentra Rocannon del planeta es $\mathbf{6 \cdot 10^7}$ m.

Pregunta 2. Opción B. Ondas

Dos focos sonoros puntuales F_1 y F_2 se encuentran respectivamente situados en los puntos $(-6,0)$ m y $(6,0)$ m del plano xy. Se sabe que en el punto $(2,0)$ m la intensidad debida a cada foco vale lo mismo, y que en el punto $(0,2)$ m el nivel de intensidad sonora es de 80 dB. Determine:

a) **El cociente entre la potencia del foco F_1 y la del foco F_2.**
b) **La potencia del foco F_1 y la intensidad que se registraría en el punto $(0,8)$ m si solamente se recibiesen ondas del foco F_1.**

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) **El cociente entre la potencia del foco F_1 y la del foco F_2.**

La potencia de una onda se define como $P = I \cdot s$, donde s es el área. Por lo tanto, al analizar el cociente de potencias, tenemos:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{s_1}{s_2}.$$

Dado que el área s está relacionada con la distancia como $s = 4\pi d^2$, y considerando que las intensidades son iguales en el punto donde se miden, podemos escribir:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \left(\frac{8}{4}\right)^2 = 4.$$

Por lo tanto, el cociente entre la potencia del foco F_1 y la del foco F_2 es 4.

b) **La potencia del foco F_1 y la intensidad que se registraría en el punto $(0,8)$ m si solamente se recibiesen ondas del foco F_1.**

Para determinar la potencia del foco F_1, partimos del dato de que en el punto $(0,2)$ m la intensidad sonora es de 80 dB. Esta intensidad se relaciona con la intensidad I_T mediante la fórmula:

$$\beta = 10 \log \frac{I_T}{I_0} \quad \Rightarrow \quad 80 = 10 \log \frac{I_T}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I_T = 10^8 I_0.$$

Sustituyendo $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}:

$$I_T = 10^8 \cdot 10^{-12} = 10^{-4}\,\mathrm{W/m^2}.$$

Esta intensidad total es la suma de las intensidades de ambos focos:

$$I_T = I_1 + I_2 = \frac{P_1}{s_1} + \frac{P_2}{s_2} = \frac{P_1}{4\pi d_1^2} + \frac{P_2}{4\pi d_2^2}.$$

Dado que $P_2 = \frac{P_1}{4}$ y que en este caso $d_1^2 = d_2^2 = d^2 = 6^2 + 2^2 = 40$, la expresión anterior se transforma en:

$$I_T = \frac{P_1}{4\pi d^2}\left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{P_1}{4\pi d^2} \cdot \frac{5}{4}.$$

De aquí despejamos P_1:

$$P_1 = \frac{16\pi d^2}{5} \cdot I_T = \frac{16\pi \cdot 40}{5} \cdot 10^{-4} = 128\pi \cdot 10^{-4} = 4,02 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{W}.$$

Una vez obtenida la potencia de F_1, podemos calcular la intensidad que este foco produciría en el punto $(0,8)$ m utilizando la fórmula:

$$P = I \cdot s \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{4\pi d^2}.$$

Sustituyendo los valores:

$$I = \frac{128\pi \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot (6^2 + 2^2)} = \frac{4,02 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot (6^2 + 2^2)} = 3,2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{W/m^2}.$$

Por lo tanto, la potencia del foco $\boldsymbol{F_1}$ es $\boldsymbol{4,02 \cdot 10^{-2}}$ W y la intensidad que se registraría en el punto $\boldsymbol{(0,8)}$ m si solamente se recibiesen ondas del foco $\boldsymbol{F_1}$ es $\boldsymbol{3,2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{W/m^2}}$.

Pregunta 3. Opción B. Campo Electromagnético

Dos hilos rectilíneos indefinidos, paralelos al eje y, están respectivamente situados en $x = -0,1$ m y $x = 0,1$ m. El primero de ellos conduce una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje y. Si un electrón viaja en línea recta con velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\, \vec{j}$ m s^{-1} a lo largo de $x = 0,4$ m sin desviarse, calcule:

a) **La intensidad de corriente en el segundo hilo, especificando su sentido.**
b) **La fuerza que experimentaría un electrón que pasara por el origen de coordenadas con velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\, \vec{j}$ m s^{-1}.**

Datos: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

a) **La intensidad de corriente en el segundo hilo, especificando su sentido.**

El electrón se mueve en dirección positiva del eje y, por lo que para que no se desvíe, las fuerzas ejercidas por ambos hilos deben cancelarse. Estas fuerzas estarán dirigidas a lo largo del eje x. Igualamos las magnitudes de las fuerzas magnéticas generadas por los hilos:

$$F_1 = F_2,$$

donde

$$F = ev \cdot B.$$

Para el hilo 1 (que lleva corriente $I_1 = 10\,\mathrm{A}$) a una distancia $d_1 = 0.3\,\mathrm{m}$:

$$ev \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = ev \cdot \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}.$$

Simplificando, obtenemos:

$$\frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d_2} \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{d_2}{d_1} I_1 = \frac{0.5}{0.3} \cdot 10 = \frac{5}{3} \cdot 10 = 6\,\mathrm{A}.$$

Dado que la trayectoria del electrón está a la derecha de ambos hilos y las fuerzas deben ser opuestas para cancelarse, la corriente en el segundo hilo, I_2, debe ser en sentido negativo del eje y:

$$I_2 = -6\,\mathrm{A}.$$

Por lo tanto, la corriente en el segundo hilo debe ser en sentido negativo del eje y y toma un valor de -6 A.

b) **La fuerza que experimentaría un electrón que pasara por el origen de coordenadas con velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\, \vec{j}$ m s^{-1}.**

La fuerza total que experimenta el electrón se obtiene sumando las contribuciones de ambos hilos:

$$\vec{F_T} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = q\vec{v} \times \vec{B_1} + q\vec{v} \times \vec{B_2}.$$

En el origen, los campos magnéticos generados por los hilos son:

$$\vec{B_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}(-\vec{k}) \quad \text{y} \quad \vec{B_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}(-\vec{k}).$$

En esta región, ambos campos tienen la misma dirección. Expresando la velocidad $\vec{v}$ como $\vec{v} = v\vec{j}$:

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = -ev\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}(\vec{j} \times -\vec{k}) - ev\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}(\vec{j} \times -\vec{k}).$$

Así que tenemos:

$$\vec{F_T} = ev\frac{\mu_0}{2\pi d}(I_1 + I_2)\vec{i}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\vec{F_T} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0.1}(10 + (-6))\,\vec{i}.$$

Simplificando:

$$\vec{F_T} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-7}}{0.2} \cdot 4\vec{i} = 1,024 \cdot 10^{-17}\,\vec{i}\ N.$$

Por lo tanto, la fuerza es $\boldsymbol{1,024 \cdot 10^{-17}\,\vec{i}\ N}$.

Pregunta 4. Opción B. Óptica

Un objeto situado 30 cm a la izquierda de una lente produce una imagen con un aumento lateral de -2.

a) **Obtenga la potencia de la lente.**
b) **¿A qué distancia de la lente debe colocarse el objeto para que el aumento pase a ser $+2$? Efectúe el trazado de rayos correspondiente a esta nueva situación.**

Solución:

a) **Obtenga la potencia de la lente.**

Para calcular la potencia de la lente, utilizamos la relación que conecta la potencia P con la distancia focal f' de la lente:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s},$$

donde s es la distancia del objeto a la lente. En este caso, el objeto se encuentra a $s = -0,3\,\text{m}$ (30 cm a la izquierda, así que se toma como negativo). Dado que el aumento es $\beta = -2$, podemos relacionar las distancias usando:

$$-2 = \frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad s' = -2s = 0,6\,\text{m}.$$

Sustituyendo s' y s en la ecuación de la potencia, tenemos:

$$P = \frac{1}{0,6} - \frac{1}{-0,3} = \frac{1}{0,6} + \frac{1}{0,3} = \frac{1}{0,6} + \frac{2}{0,6} = \frac{3}{0,6} = 5\,\text{m}^{-1} = 5\,\text{dioptrías}.$$

Por lo tanto, la potencia de la lente es 5 dioptrías.

b) **¿A qué distancia de la lente debe colocarse el objeto para que el aumento pase a ser $+2$? Efectúe el trazado de rayos correspondiente a esta nueva situación.**

Para que el aumento sea $\beta = +2$, tenemos la relación:

$$2 = \frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad s' = 2s.$$

La potencia de la lente se puede expresar como:

$$P = \frac{1}{2s} - \frac{1}{s}.$$

Lo que implica que

$$5 = \frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = -\frac{1}{2s}.$$

Resolviendo para s:

$$5 = -\frac{1}{2s} \quad \Rightarrow \quad s = -\frac{1}{10} = -0,1\,\text{m}.$$

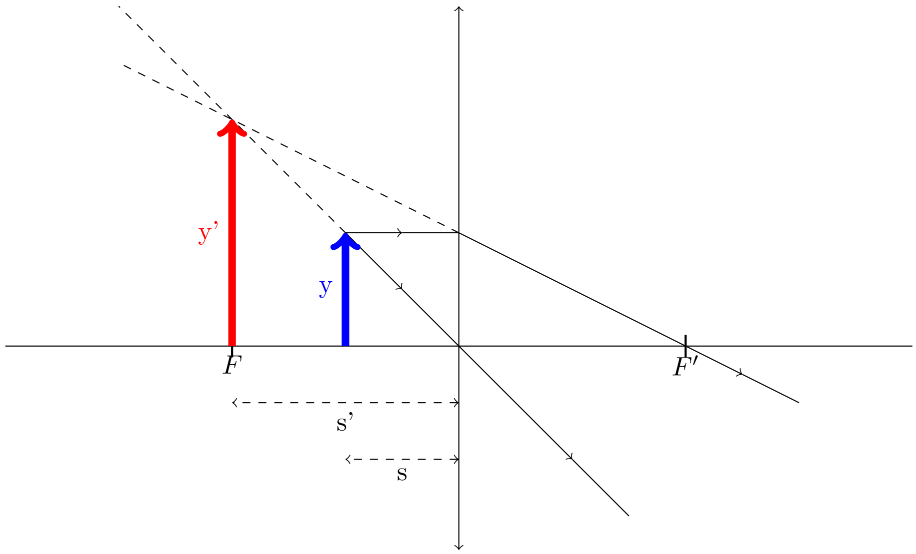
Por lo tanto, la distancia del objeto a la lente debe ser de $0,1\,\text{m}$ (o 10 cm) a la izquierda de la lente. Además, la distancia de la imagen se obtiene como:

$$s' = -2s = -2(-0,1) = -0,2\,\text{m}.$$

Al ser una lente convergente ($f' > 0$), para obtener un aumento positivo, el objeto debe colocarse a la derecha del foco. Entonces, la distancia focal f se determina como:

$$f = -f' = -\frac{1}{5} = -0,2\,\text{m}.$$

El trazado de rayos es como sigue:



Por lo tanto, para que el aumento sea +2, el objeto debe estar a $0,1\,\mathrm{m}$ de la lente y la distancia de la imagen es $0,2\,\mathrm{m}$ a la derecha de la lente.

Pregunta 5. Opción B. Física Moderna

Una placa metálica es irradiada con luz de 400 nm de longitud de onda. La máxima corriente eléctrica que llega a obtenerse con ello, debido al efecto fotoeléctrico, es de 15 nA.

a) **Si el potencial de frenado que anula la corriente anterior es de 1 V, obtenga el trabajo de extracción del metal.**
b) **Asumiendo que cada fotón incidente genera un fotoelectrón, calcule la energía que recibe la placa en el transcurso de 1 hora.**

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s.

Solución:

a) **Si el potencial de frenado que anula la corriente anterior es de 1 V, obtenga el trabajo de extracción del metal.**

El trabajo de extracción del metal, W_{ext}, se calcula a partir del potencial de frenado y la energía del fotón:

$$W_{ext} = W - E_c.$$

donde W es la energía del fotón, y E_c es la energía cinética máxima de los electrones que salen del metal. La energía del fotón se calcula como:

$$W = \frac{hc}{\lambda}.$$

Sustituyendo los valores:

$$W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} = 4,9725 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Ahora, calculamos la energía cinética máxima de los electrones:

$$E_c = eV = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Sustituyendo en la ecuación del trabajo de extracción:

$$W_{ext} = 4,9725 \cdot 10^{-19} - 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,3725 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 2,11\,\text{eV}.$$

Por lo tanto, el trabajo de extracción del metal es 2,11 eV.

b) **Asumiendo que cada fotón incidente genera un fotoelectrón, calcule la energía que recibe la placa en el transcurso de 1 hora.**

Para calcular la energía que recibe la placa, primero encontramos el número de fotones que inciden sobre la placa. La relación entre la corriente, el número de electrones y la carga del electrón es:

$$I = ne \quad \Rightarrow \quad n = \frac{I}{e} = \frac{15 \cdot 10^{-9}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 9,375 \cdot 10^{10}\,\text{fotones}.$$

Ahora, la energía que recibe la placa en una hora se calcula multiplicando el número de fotones por la energía de un fotón y por el tiempo en segundos:

$$E_T = n \cdot W \cdot t,$$

donde $t = 3600\,\text{s}$ (1 hora). Sustituyendo los valores:

$$E_T = 9,375 \cdot 10^{10} \cdot 4,9725 \cdot 10^{-19} \cdot 3600 = 1,68 \cdot 10^{-4}\,\text{J}.$$

Por lo tanto, la energía que recibe la placa en el transcurso de 1 hora es $1,68 \cdot 10^{-4}$ J.